

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
средняя общеобразовательная школа №8 имени Петра Михайловича Гурьева  
станции Копанской муниципального образования Ейский район

УТВЕРЖДЕНО

решением педагогического совета

от 30 августа 2024 года,

протокол № 1

Председатель  
педсовета

\_\_\_\_\_/Ж.В.Хорева./

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

По элективному курсу «Практикум по геометрии».

Ступень обучения (класс) **основное среднее образование**,  
10-11 класс

Количество часов: 10 класс-34часа,1час в неделю

11 класс -34 часа , 1 час в неделю

Учитель: Калинина Л.П.

Реализация курса «Практикум по геометрии 10класс»: учебно- методическое пособие /под ред. О.В. Задорожной, К.А. Кузьминой. – Краснодар, ГБОУ ИРО Краснодарского края. 2024. – 198 с.

Практикум по геометрии, 11класс»: учебное пособие. / под ред. Д.С. Барышенского. – Краснодар : ГБОУ ИРО Краснодарского края. - 2024. - 228 с

Настоящее учебно-методическое пособие для учителя «Реализация курса «Практикум по геометрии, 10 класс» рассчитано на помощь учителю в преподавании элективного курса. В пособии содержится рабочая программа курса с календарно-тематическим планированием, примерный план каждого занятия, проверочные и практические работы, ответы ко всем заданиям.

Каждое занятие начинается с рубрики «Повторяем теорию» для актуализации знаний обучающихся, далее рубрика «Проверяем себя», в которой предлагаются задания на проверку теоретического материала, обозначенные (Т1). Также в каждом занятии предлагается рубрика «Решаем задачи», содержащая по 5 – 7 типов заданий (а), б), в)). Задания а) обучающиеся решают вместе, обсуждая с учителем. Учитель при необходимости задает дополнительные наводящие вопросы для продвижения в решении заданий. Обучающиеся проговаривают основные понятия, определения, свойства в ходе решения задания. Задания б) обучающиеся решают самостоятельно, возможно, работая в парах. Задания в) предназначены для домашней работы. В некоторых занятиях предусмотрена рубрика «Задачи с развернутым ответом», в которой предлагаются задания повышенного уровня сложности (типа № 14 и № 17 ЕГЭ по математике профильного уровня), номера таких заданий подчеркнуты (12).

Для удобства все задания по курсу имеют сквозную нумерацию, после каждого задания приводится ответ. Практические работы содержат практико-ориентированные задания. Возможно проведение практических работ по группам и парам с использованием чертежных инструментов.

Проверочные работы предусмотрены в конце первого полугодия и в конце второго полугодия. Они направлены на оценивание уровня знаний и умений обучающихся на определенном этапе усвоения изучаемого материала.

Итоговое занятие курса возможно провести учителю по своему усмотрению в зависимости от результатов проверочных работ и уровня усвоенных знаний обучающихся.

В пособии для обучающегося собран краткий теоретический материал, теоретические, практические задачи базового уровня сложности по разделам. Задачи с развернутым ответом размещены в конце пособия, ответы не предусмотрены.

## **Рабочая программа элективного курса «Практикум по геометрии, 10 класс»**

Рабочая программа элективного курса «Практикум по геометрии» разработана в соответствии с требованиями ФГОС СОО, на основе Федеральной рабочей программы по учебному предмету «Математика» базовый уровень (ссылка <https://edsoo.ru/rabochie-programmy/>), с учетом федеральной программы воспитания (ссылка <https://xn--80adrabb4aegksdjbafk0u.xn--p1ai/upload/medialibrary/ddc/sr3zcu3teyyu74meajj1vzn171157v9.pdf>).

Рабочая программа предназначена для обучающихся 10 классов и рассчитана на 34 часа в год.

Цель элективного курса:

создать условия для формирования устойчивых знаний обучающихся по геометрии (планиметрии и стереометрии) на базовом уровне.

Задачи элективного курса:

- повысить мотивацию обучающихся к изучению геометрии;
- создать «ситуацию успеха» у обучающихся при решении геометрических задач;
- обобщить и систематизировать геометрические знания обучающихся;
- совершенствовать практические навыки, математическую культуру обучающихся;
- уметь применять геометрический аппарат для решения разнообразных математических задач базового и повышенного уровня сложности.

### **1. Планируемые результаты освоения элективного курса**

Изучение геометрии по данной программе способствует формированию у обучающихся личностных, метапредметных и предметных результатов обучения, соответствующих требованиям федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федеральной программе воспитания.

Личностные результаты:

- 1) гражданское воспитание: сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое);
- 2) патриотическое воспитание: сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской

математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы;

3) духовно-нравственного воспитания: осознание духовных ценностей русского народа, сформированность нравственного сознания, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного;

4) эстетического воспитания: эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания: сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью;

6) трудового воспитания: готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания: сформированность экологической культуры, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды;

8) ценности научного познания: сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

#### Метапредметные результаты:

##### *Познавательные универсальные учебные действия.*

Базовые логические действия: выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа; проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы; выбирать способ решения учебной задачи.

Базовые исследовательские действия: использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами; самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений; прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией: выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи; выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; структурировать информацию, представлять её в различных формах.

*Коммуникативные универсальные учебные действия:*

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения; представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

*Регулятивные универсальные учебные действия*

Самоорганизация: составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект: владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи.

Совместная деятельность: понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ; участвовать в групповых формах работы, выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды.

### Предметные результаты:

пользоваться признаками равенства треугольников, использовать признаки и свойства равнобедренных треугольников при решении задач;

распознавать основные виды четырёхугольников, их элементы, пользоваться их свойствами при решении геометрических задач;

знать тригонометрические функции острых углов;

оперировать понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;

классифицировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве; оперировать понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла, линейный угол двугранного угла, градусная мера двугранного угла;

оперировать понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник;

распознавать основные виды многогранников (пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, куб);

оперировать понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников; объяснять принципы построения сечений;

решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми; решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;

вычислять объёмы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул, вычислять соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных многогранников;

применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения;

моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

## **2. Содержание курса**

### Раздел 1. Повторение планиметрии (4 часа)

Треугольники. Виды треугольников. Сумма углов треугольника. Свойства углов параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции. Признаки равенства треугольников, в том числе и прямоугольных. Диагонали и высоты в

параллелограмме, ромбе, прямоугольнике, квадрате, трапеции. Средняя линия трапеции. Вписанные и описанные окружности для треугольников, четырехугольников, правильных многоугольников. Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике. Определение синуса, косинуса, тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора. Теорема, обратная теореме Пифагора. Значения синуса, косинуса, тангенса для углов  $30^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$ . Вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Площадь параллелограмма. Площадь прямоугольника. Площадь ромба. Площадь квадрата. Площадь трапеции. Площадь треугольника. Площадь многоугольника.

## Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве (18 часов)

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трёх прямых, параллельность прямой и плоскости. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, куб, параллелепипед, построение сечений. Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

## Раздел 3. Многогранники (12 часов)

Понятие многогранника, основные элементы многогранника, выпуклые и невыпуклые многогранники, развёртка многогранника. Призма:  $n$ -угольная призма, грани и основания призмы, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Пирамида:  $n$ -угольная пирамида, грани и основание пирамиды, боковая и полная поверхность пирамиды, правильная и усечённая пирамида. Элементы призмы и пирамиды. Правильные многогранники: понятие правильного многогранника, правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. Сечения призмы и пирамиды. Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы.

Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды. Понятие об объёме. Объём пирамиды, призмы. Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных тел.



## Тематическое (календарно-тематическое) планирование элективного курса

№ занятия	Темы	Дата (план)	Дата (факт)	Основные виды деятельности обучающихся (на уровне учебных действий)	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы*	Материально-техническое оснащение (оборудование)**	Универсальные учебные действия (УУД), проекты, межпредметные понятия
<b>Раздел 1. Повторение планиметрии</b>							
1	Треугольники			Знать свойства углов в треугольниках; применять признаки равенства треугольников. Знать и применять свойства углов в параллелограмме, прямоугольнике, ромбе, квадрате, трапеции; решать задачи на вычисление, построение, связанные с этими видами четырёхугольников. Применять свойства средней линии треугольника трапеции. Применять теоремы о свойстве сторон описанного	1, 2	1, 2, 3, 4	<p><u>Личностные УУД:</u> готовность к труду, осознание ценности трудолюбия.</p> <p><u>Регулятивные УУД:</u> составлять план, алгоритм решения задачи</p> <p><u>Познавательные УУД:</u> устанавливать существенный признак классификации, выстраивать аргументацию, аргументировать свою позицию.</p> <p><u>Коммуникативные УУД:</u> точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах.</p> <p><u>Межпредметные понятия:</u> утверждение, свойства, сравнение, схема, классификация, вид, элемент</p>
2	Пропорциональность отрезков и площадей. Подобие						
3	Четырёхугольники						
4	Правильные многоугольники						

				<p>четырёхугольника; о свойстве углов вписанного четырёхугольника. Решать задачи на вычисления, связанные с теоремой Пифагора. знать основное тригонометрическое тождество и значения синуса, косинуса и тангенса для углов <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>. Уметь вычислять площади треугольников, прямоугольника, параллелограмма, трапеции.</p>			
<b>Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве</b>							
5	Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве			<p>Формулировать признак скрещивающихся прямых и применять его при решении задач. Решать практические задачи на построение сечений многогранника. Использовать признак параллельности двух плоскостей, свойства параллельных плоскостей при решении задач на построение. Находить углы между скрещивающимися</p>	1, 2	1, 2, 5, 6, 8	<p><u>Личностные</u> УУД: эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач. <u>Регулятивные</u> УУД: выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов, владеть способами самопроверки, планировать организацию совместной работы. <u>Познавательные</u> УУД: проводить самостоятельно доказательства</p>
6	Параллельность прямой и плоскости						
7	Параллельность плоскостей						
8	Параллельность плоскостей						
9	Прямоугольный параллелепипед						
10	Тетраэдр						
11	Практическая работа. Построение сечений многогранников						
12	Перпендикулярность прямой и плоскости						
13	Перпендикулярность прямой и плоскости						
14	Углы между прямой и плоскостью						
15	Углы между прямой и плоскостью						
16	Проверочная работа						
17	Перпендикуляр и наклонная к плоскости						

18	Перпендикуляр и наклонная к плоскости			прямыми в кубе и пирамиде. Решать задачи на вычисления, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости, с использованием при решении планиметрических фактов и методов. Находить угол между прямой и плоскостью в многограннике, расстояние от точки до прямой на плоскости, используя теорему о трёх перпендикулярах.			математических утверждений, формировать гипотезу, выбирать информацию из источников различных типов, <u>Коммуникативные УУД:</u> представлять результаты решения задачи <u>Межпредметные понятия:</u> расстояние, свойства, схема, аналогия, классификация, теорема
19	Двугранный угол, линейный угол двугранного угла						
20	Двугранный угол, линейный угол двугранного угла						
21	Перпендикулярность плоскостей						
22	Теорема о трех перпендикулярах						

### Раздел 3. Многогранники

23	Многогранники. Призма			Находить площадь полной и боковой поверхности пирамиды. Решать задачи на вычисление, связанные с пирамидами, а также задачи на построение сечений. Изображать призмы на чертеже. Находить площадь полной или боковой поверхности призмы. Вычислять объём призмы и пирамиды по их элементам. Применять объём для	1, 2	1, 2, 3, 4, 8, 9	<u>Личностные УУД:</u> интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой. <u>Регулятивные УУД:</u> составлять план, алгоритм решения задачи, владеть способами самоконтроля процесса и результата решения математической задачи, участвовать в групповых формах работы. <u>Познавательные УУД:</u> обосновывать собственные суждения и выводы,
24	Многогранники. Призма						
25	Многогранники. Пирамида						
26	Многогранники. Пирамида						
27	Практическая работа. «Развертки многогранников»						
28	Объемы многогранников. Призма						
29	Объемы многогранников. Призма						
30	Объемы многогранников. Пирамида						
31	Объемы многогранников. Пирамида						
32	Подобные тела в пространстве						
33	Проверочная работа						
34	Итоговое занятие по обобщению и систематизации знаний за курс						

				решения стереометрических задач и для нахождения геометрических величин.			формулировать обобщения и выводы, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления <u>Коммуникативные УУД:</u> сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога. <u>Межпредметные понятия:</u> сравнение, схема, площадь, формула, аналогия, классификация, задача, соотношение
	<b>Итого</b>	<b>34</b>					проверочные работы – 2 практические работы - 2

\*Электронные образовательные ресурсы (ЭОР).

1. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика. Базовый уровень  
<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=E040A72A1A3DABA14C90C97E0B6EE7DC>
2. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика. Профильный уровень  
<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B>

\*\*Материально-техническое оснащение (оборудование)

1. Учебное пособие для обучающихся «Практикум по геометрии, 10 класс», ГБОУ ИРО Краснодарского края, 2024.
2. Учебно-методическое пособие для учителя «Реализация элективного курса «Практикум по геометрии», 10 класс», ГБОУ ИРО Краснодарского края, 2024.
3. Классный набор чертежных инструментов (линейка классная, угольник классный, циркуль классный, транспортир классный)
4. Доска магнитно-маркерная или меловая.

5. Проектор мультимедийный с креплением
6. Компьютер (ноутбук) педагога.
7. Компьютер (ноутбук) обучающегося.
8. Интерактивная доска (при наличии в ОО).
9. Индивидуальный набор чертежных инструментов обучающегося (линейка, угольник, транспортир).

УДК 372.851  
ББК 74.262.21  
П 69

*Рекомендовано к изданию решением редакционно-издательского  
совета ГБОУ ИРО Краснодарского края протоколом № 3 от  
21.08.2024 г.*

Рецензенты:

**Васильева Ирина Викторовна**, доцент кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ,  
к.п.н.

**Задорожная Ольга Владимировна**, доцент кафедры математики, информатики и  
технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

**П 69 Практикум по геометрии, 11 класс»: учебное пособие.** / под ред. Д.С. Барышенского. –  
Краснодар : ГБОУ ИРО Краснодарского края. - 2024. - 228 с.

Авторы – составители:

**Белай Елена Николаевна**, заведующий кафедрой математики, информатики и  
технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

**Барышенский Дмитрий Сергеевич**, доцент кафедры математики, информатики и  
технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

**Оплачко Галина Федоровна**, учитель математики МБОУ СОШ №4, Приморско-Ахтарский  
район

**Тищенко Ольга Юрьевна**, учитель математики МАОУ гимназии № 25, г. Краснодар  
**Боклаг Валентина Николаевна**, учитель математики МОБУ СОШ №1 0 г. Сочи  
**Халанджян Алла Андрониковна**, учитель математики МОБУ СОШ № 100 г. Сочи  
**Самедова Инна Сабировна**, учитель математики МБОУ гимназия № 1, г. Армавир  
**Любченко Лариса Александровна**,

учитель математики МАОУ СОШ №18, г. Армавир **Романова Анна Владимировна**, учитель математики МАОУ лицей № 11 г. Армавир **Селютина Елена Александровна**, учитель математики МАОУ СОШ № 7 г. Армавир **Шевцова Карина Анатольевна**, учитель математики МАОУ СОШ № 2 Павловский район

**Пшеничная Любовь Александровна**, учитель математики МАОУ СОШ № 10, Павловский район

**Власова Александра Анатольевна**, старший преподаватель кафедры математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края **Решетилова Татьяна Васильевна**, учитель математики МОУ СОШ № 80 г. Сочи

**Марич Ольга Ивановна**, учитель математики МАОУ СОШ № 4 Абинский район

**Кармазина Маргарита Викторовна**, учитель математики МБОУ СОШ №1, Красноармейский район

**Насонова Татьяна Владимировна**, учитель математики МБОУ СОШ №3, г. Геленджик

**Колмакова Ольга Александровна**, учитель математики МОБУ СОШ №16 Лабинский район

Данное пособие входит в учебно-методический комплект для преподавания элективного курса для обучающихся 11-х классов «Практикум по геометрии» и предназначено для обучающихся.

ГБОУ ИРО Краснодарского края, 2024

## Оглавление

Предисловие.....	5
Рабочая программа элективного курса «Практикум по геометрии, 11 класс».	6
Занятие 1. Треугольники.....	17
Занятие 2. Четырёхугольники .....	24
Занятие 3. Площади многоугольников.....	32
Занятие 4. Окружность.....	40
Занятие 5. Куб .....	47
Занятие 6. Параллелепипед .....	52
Занятие 7. Призма.....	57
Занятие 8. Пирамида .....	62
Занятие 9. Цилиндр. Виды сечений.....	67
Занятие 10. Площадь поверхности цилиндра.....	73
Занятие 11. Конус. Виды сечений.....	79
Занятие 12. Площадь поверхности конуса.....	84
Занятие 13. Усеченный конус.....	90
Занятие 14. Сфера и шар.....	95
Занятие 15. Шар, вписанный и описанный.....	100
Занятие 16. Проверочная работа. ....	106
Занятие 17. Практическая работа «Сечения тел вращения».....	112
Занятие 18. Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра .....	118
Занятие 19. Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра. ....	125
Занятие 20. Объёмы тел. Конус.....	133
Занятие 21. Объёмы тел. Конус.....	139
Занятие 22. Усеченный конус.....	144
Занятие 23. Шар.....	150
Занятие 24. Шар.....	155
Занятие 25. Комбинация тел. Цилиндр, призма .....	160
Занятие 26. Комбинация тел. Цилиндр, шар .....	166
Занятие 27. Комбинация тел. Цилиндр, конус. Конус, шар.....	171
Занятие 28. Комбинации тел. Конус, шар.....	177

Занятие 29. Векторы.....	183
Занятие 30. Векторы и координаты .....	190
Занятие 31. Скалярное произведение векторов.....	197
Занятие 32. Угол между векторами .....	203
Занятие 33. Проверочная работа.....	209
Занятие 34. Итоговое занятие.....	211
Список использованных источников .....	221



## Предисловие

Настоящее учебно-методическое пособие для учителя «Реализация курса «Практикум по геометрии, 11 класс» рассчитано в помощь учителю математики в преподавании элективного курса. В пособии содержится рабочая программа курса с календарно-тематическим планированием, примерный план каждого занятия, проверочные и практические работы, ответы ко всем заданиям.

Каждое занятие начинается с рубрики «Повторяем теорию» для актуализации знаний обучающихся, далее рубрика «Проверяем себя», в которой предлагаются задания на проверку теоретического материала, обозначенные (Т1). Также в каждом занятии предлагается рубрика «Решаем задачи», содержащая по 5-7 типов заданий (а), б), в)). Задания а) обучающиеся решают вместе, обсуждая с учителем. Учитель при необходимости задает дополнительные наводящие вопросы для продвижения в решении заданий. Обучающиеся проговаривают основные понятия, определения, свойства в ходе решения задания. Задания б) обучающиеся решают самостоятельно, возможно, работая в парах. Задания в) предназначены для домашней работы. В некоторых занятиях предусмотрена рубрика «Задачи с развернутым ответом», в которой предлагаются задания повышенного уровня сложности (типа № 14 и № 17 ЕГЭ по математике профильного уровня), номера таких заданий подчеркнуты (12).

Для удобства все задания по курсу имеют сквозную нумерацию, после каждого задания приводится ответ. Практическая работа содержит практико-ориентированные задания. Возможно проведение практической работы по группам и парам с использованием чертежных инструментов.

Проверочные работы, предусмотренные в конце первого полугодия и в конце второго полугодия, направлены на оценивание уровня знаний и умений обучающихся на определенном этапе усвоения изучаемого материала.

Итоговое занятие курса возможно провести учителю по своему усмотрению в зависимости от результатов проверочных работ и уровня усвоенных знаний обучающихся.

В пособии для обучающегося собран краткий теоретический материал, теоретические, практические задачи базового уровня сложности по разделам. Задачи с развернутым ответом размещены в конце пособия, ответы не предусмотрены.

## Рабочая программа элективного курса

### «Практикум по геометрии, 11 класс»

Рабочая программа элективного курса «Практикум по геометрии» разработана в соответствии с требованиями ФГОС СОО, на основе Федеральной рабочей программы по учебному предмету «Математика» базовый уровень (ссылка <https://edsoo.ru/rabochie-programmy/>), с учетом федеральной программы воспитания (ссылка <https://xn--80adrabb4aegksdjbfk0u.xn--p1ai/upload/medialibrary/ddc/sr3zcu3teyyu74meajjj1vzn171157v9.pdf>),

Рабочая программа предназначена для обучающихся 11 классов и рассчитана на 34 часа в год.

Цель элективного курса:

- создать условия для формирования устойчивых знаний обучающихся по геометрии (планиметрии и стереометрии) на базовом уровне.

Задачи элективного курса:

- повысить мотивацию обучающихся к изучению геометрии;
- создать «ситуацию успеха» у обучающихся при решении геометрических задач;
- обобщить и систематизировать геометрические знания обучающихся;
- совершенствовать практические навыки, математическую культуру обучающихся;
- уметь применять геометрический аппарат для решения разнообразных математических задач базового и повышенного уровня сложности.

#### 1. Планируемые результаты освоения элективного курса

Изучение геометрии по данной программе способствует формированию у обучающихся личностных, метапредметных и предметных результатов обучения, соответствующих требованиям федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федеральной программе воспитания.

Личностные результаты:

- 1) гражданское воспитание: сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое);
- 2) патриотическое воспитание: сформированность российской гражданской

идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики,

ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы;

3) духовно-нравственного воспитания: осознание духовных ценностей русского народа, сформированность нравственного сознания, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного;

4) эстетического воспитания: эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания: сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью;

6) трудового воспитания: готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания: сформированность экологической культуры, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды;

8) ценности научного познания: сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

#### Метапредметные результаты:

##### *Познавательные универсальные учебные действия.*

Базовые логические действия: выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа; проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы; выбирать способ решения учебной задачи.

Базовые исследовательские действия: использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами; самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений; прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией: выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи; выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; структурировать информацию, представлять её в различных формах.

*Коммуникативные универсальные учебные действия:*

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения; представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

*Регулятивные универсальные учебные действия*

Самоорганизация: составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект: владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи.

Совместная деятельность: понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы; участвовать в групповых формах работы.

### Предметные результаты:

пользоваться признаками равенства треугольников, использовать признаки и свойства равнобедренных треугольников при решении задач;  
распознавать основные виды четырёхугольников, их элементы, пользоваться их свойствами при решении геометрических задач;  
знать тригонометрические функции острых углов;  
проводить логические рассуждения с использованием геометрических теорем.  
распознавать основные виды многогранников (пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, куб);  
вычислять объёмы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул, вычислять соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных многогранников;  
применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения;  
моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;  
оперировать понятиями: цилиндр, конус, сферическая поверхность;  
распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар); классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;  
оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента, шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя, шаровой сектор;  
вычислять объёмы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул;  
оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;  
вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел; строить сечения тел вращения;  
извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах;  
выполнять действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число;  
находить сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам; задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;  
применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в

явной форме; решать простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода;  
решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при решении стандартных математических задач;  
применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

## 2. Содержание курса

### Повторение планиметрии (4 часа)

Треугольники. Виды треугольников. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Углы в равнобедренном, равностороннем треугольниках. Свойства углов параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции. Вписанные и описанные окружности для треугольников, четырехугольников, правильных многоугольников. Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора. Теорема, обратная теореме Пифагора. Значения синуса, косинуса, тангенса для углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ . Вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Площадь параллелограмма. Площадь прямоугольника. Площадь ромба. Площадь квадрата. Площадь трапеции. Площадь треугольника. Площадь многоугольника.

### Повторение курса геометрии 10 класса (4 часа)

Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, куб, параллелепипед, построение сечений. Призма: n-угольная призма, грани и основания призмы, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды, боковая и полная поверхность пирамиды, правильная и усечённая пирамида. Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды. Понятие об объёме. Объём пирамиды, призмы. Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных тел.

### Тела вращения (20 часов).

Цилиндр: основания и боковая поверхность, образующая и ось, площадь боковой и полной поверхности. Конус: основание и вершина, образующая и ось, площадь боковой и полной поверхности. Усечённый конус: образующие и высота, основания и боковая поверхность. Сфера и шар: центр, радиус, диаметр, площадь поверхности сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере, площадь сферы. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Комбинации тел вращения и многогранников. Многогранник, описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник, или тело вращения. Понятие об объёме. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём цилиндра, конуса. Объём шара и площадь сферы. Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных тел. Сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара.

### Векторы и координаты в пространстве (6 часов).

Вектор на плоскости и в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Правило параллелепипеда. Решение задач, связанных с применением правил действий с векторами. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.



### 3. Тематическое (календарно-тематическое) планирование элективного курса

№ занятия	Тема занятия	Дата (план)	Дата (факт)	Основные виды деятельности обучающихся (на уровне учебных действий)	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы*	Материально-техническое оснащение (оборудование)**	Универсальные учебные действия (УУД), межпредметные понятия
1	Повторение планиметрии. Треугольники			Решать простейшие задачи на нахождение длин и углов в геометрических фигурах, применять теорему Пифагора, теоремы синусов и косинусов. Находить площадь многоугольника, круга. Распознавать подобные фигуры, находить отношения длин и площадей. Использовать при решении стереометрических задач факты и методы планиметрии. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды; боковая и полная поверхность пирамиды; правильная и усечённая пирамида.	1, 2, 3	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	<p><i>Личностные УУД</i></p> <p>Патриотическое воспитание: ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы.</p> <p>Гражданское и воспитание: представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества.</p> <p>Духовно-нравственное воспитание: осознание духовных ценностей российского народа.</p> <p>Трудовое воспитание: готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой.</p> <p>Эстетическое воспитание: эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических</p>
2	Повторение планиметрии. Четырёхугольники						
3	Повторение планиметрии. Площади многоугольников						
4	Повторение планиметрии. Окружность						
5	Повторение курса геометрии 10 класса. Куб						
6	Повторение курса геометрии 10 класса. Параллелепипед						
7	Повторение курса геометрии 10 класса. Призма						
8	Повторение курса геометрии 10 класса. Пирамида						
9	Тела вращения. Цилиндр. Виды сечений						
10	Тела вращения. Площадь поверхности цилиндра						

11	Тела вращения. Конус. Виды сечений			<p>Элементы призмы и пирамиды. Находить площадь полной и боковой поверхности пирамиды. Находить площадь полной или боковой поверхности призмы. Использовать формулы для вычисления площади боковой поверхности цилиндра, конуса, сферы. Изображать цилиндр и его сечения плоскостью, проходящей через его ось, параллельной или перпендикулярной оси. Находить площади этих сечений. Изображать конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси. Использовать формулы объёмов: призмы, цилиндра, пирамиды, конуса; усечённой пирамиды и усечённого конуса. Решать стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов. Решать стереометрические задачи, связанные с соотношением объёмов и поверхностей</p>			<p>закономерностей, объектов, задач          Ценности научного познания: понимание математической науки как сферы человеческой деятельности.          Физическое воспитание: сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни.          Экологическое воспитание: ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды  <i>Познавательные УУД:</i>          Базовые логические действия: выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, формулировать устанавливать существенный признак классификации, проводить самостоятельно доказательства математических утверждений, выстраивать аргументацию; выбирать способ решения учебной задачи.          Базовые исследовательские действия: аргументировать свою позицию, мнение.          Работа с информацией: выбирать</p>
12	Тела вращения. Площадь поверхности конуса						
13	Тела вращения. Усеченный конус						
14	Тела вращения. Сфера и шар						
15	Шар, вписанный и описанный						
16	Проверочная работа						
17	Практическая работа «Сечения тел вращения»						
18	Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра						
19	Площадь поверхности цилиндра. Объём цилиндра						
20	Объёмы тел. Конус						
21	Объёмы тел. Конус						
22	Объёмы тел. Усеченный конус						
23	Объёмы тел. Шар						
24	Объёмы тел. Шар						
25	Комбинация тел. Цилиндр, призма						
26	Комбинация тел. Цилиндр, шар						
27	Комбинация тел. Цилиндр, конус. Конус, шар						
28	Комбинация тел. Конус, шар						
29	Векторы						

30	Векторы и координаты			<p>подобных тел в пространстве. Складывать, вычитать векторы, умножать вектор на число. Выразить скалярное произведение векторов через их координаты, вычислять угол между двумя векторами, двумя прямыми.</p>			<p>информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию, структурировать информацию, представлять её в различных формах.</p> <p><i>Коммуникативные УУД:</i> воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, выражать свою точку зрения, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат; сопоставлять свои суждения с суждениями других представлять результаты решения задачи.</p> <p><i>Регулятивные УУД</i> Самоорганизация: оставлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения. Самоконтроль, эмоциональный интеллект: владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи: Совместная деятельность: понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач.</p>
31	Скалярное произведение векторов						
32	Угол между векторами						
33	Проверочная работа						
34	Итоговое занятие по обобщению и систематизации знаний за курс						

							<i>Межпредметные понятия:</i> сравнение, схема, расстояние, признаки, свойства, классификация, площадь, соотношения, формула, аналогия, обобщение, систематизация, интерпретация, теорема, задача.
	Итого	<b>34</b>					проверочные работы – 2 практические работы - 1

\*Электронные (цифровые) образовательные ресурсы.

1. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика. Базовый уровень  
<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=E040A72A1A3DABA14C90C97E0B6EE7D>  
С,
2. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика. Профильный уровень  
<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B>
3. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Математика Профильный уровень. <https://ege.sdangia.ru/>

\*\*Материально-техническое оснащение (оборудование)

1. Учебное пособие для обучающихся «Практикум по геометрии, 11 класс», ГБОУ ИРО Краснодарского края, 2024.
2. Учебно-методическое пособие для учителя «Реализация элективного курса «Практикум по геометрии», 11 класс», ГБОУ ИРО Краснодарского края, 2024.
3. Классный набор чертежных инструментов (линейка классная, угольник классный, циркуль классный, транспортир классный)
4. Доска магнитно-маркерная или меловая.
5. Проектор мультимедийный с креплением
6. Компьютер (ноутбук) педагога.
7. Компьютер (ноутбук) обучающегося.
8. Интерактивная доска (при наличии в ОО).
9. Индивидуальный набор чертежных инструментов обучающегося (линейка, угольник, треугольник).



